

## 評卷參考

本文件供閱卷員參考而設，並不應被視為標準答案。考生以及沒有參與評卷工作的教師在詮釋文件內容時應小心謹慎。

### 一般閱卷原則

1. 評卷時，閱卷員須跟循評卷參考的評分標準給分，這是十分重要的。很多時考生會運用評卷參考以外的方法而得到正確答案，一般來說，只要運用合理的方法而取得正確答案，該考生應可獲得該部分的**所有分數**（除題目特別指明特定方法外）。閱卷員應有耐性地評閱評卷參考以外的解題方法。
2. 在評卷參考中，分數會分為下列三類：

「M」分	使用正確方法的得分；
「A」分	正確答案的得分；
沒有「M」或「A」的分	正確地完成證題或推演得題目所給的答案的得分。

某些題目由數部分組成，而較後部分的答案卻需依賴較前部分所得的結果。在這情況下，若考生因為前部分錯誤的結果而導致後部分的答案錯誤，但卻能運用正確的方法去解題，則方法正確的步驟可給「M」分，而相應的答案將沒有「A」分（除特別指明外）。
3. 為方便閱卷員評卷，評卷參考已盡量詳盡。當然，考生的答案多不會如評卷參考般清楚列寫出來，諸如欠缺某幾個步驟或將步驟隱含於字裏行間。如遇到類似情況，閱卷員應運用他們的專業知識去判斷是否給分。一般來說，如考生的答案顯示他已運用相關的概念或技巧，則該部分應予給分。
4. 評卷時遇有不清楚的地方，應以考生的利益為依歸。
5. 評卷參考中，**塗上陰影的部分**代表可省略的步驟，**[有外框的部分]**代表運用不同方法的答案。所有分數答案必須化簡。

## 試卷一

	解	分	備註
1.	$\frac{m^9}{(m^3 n^{-7})^5}$ $= \frac{m^9}{m^{15} n^{-35}}$ $= \frac{n^{35}}{m^{15-9}}$ $= \frac{n^{35}}{m^6}$	1M 1M 1A -----(3)	給 $(a^b)^k = a^{bk}$ 或 $(ab)^\ell = a^\ell b^\ell$ 給 $\frac{c^p}{c^q} = c^{p-q}$ 或 $d^{-r} = \frac{1}{d^r}$
2.	$\frac{4a+5b-7}{b} = 8$ $4a + 5b - 7 = 8b$ $4a - 7 = 8b - 5b$ $4a - 7 = 3b$ $b = \frac{4a-7}{3}$	1M 1M 1A	給將 $b$ 放在一邊 或等價
	$\frac{4a+5b-7}{b} = 8$ $\frac{4a-7}{b} + 5 = 8$ $\frac{4a-7}{b} = 8 - 5$ $\frac{4a-7}{b} = 3$ $b = \frac{4a-7}{3}$	1M 1M 1A -----(3)	給將常數放在一邊 或等價
3.	所求的概率 $= \frac{1+2+3}{(4)(5)}$ $= \frac{6}{20}$ $= \frac{3}{10}$	1M+1M 1A -----(3)	$\left\{ \begin{array}{l} 1M \text{ 級分子} \\ 1M \text{ 級分母} \end{array} \right.$ 0.3

解	分	備註
4. (a) $x^3 + x^2y - 7x^2$ $= x^2(x + y - 7)$	1A	或等價
(b) $x^3 + x^2y - 7x^2 - x - y + 7$ $= x^2(x + y - 7) - x - y + 7$ $= x^2(x + y - 7) - (x + y - 7)$ $= (x^2 - 1)(x + y - 7)$ $= (x - 1)(x + 1)(x + y - 7)$	1M 1M 1A	給利用 (a) 的結果 或等價
	-----	(4)
5. (a) $\frac{7-3x}{5} \leq 2(x+2)$ $7-3x \leq 10(x+2)$ $7-3x \leq 10x+20$ $-13 \leq 13x$ $x \geq -1$	1A	
$4x-13 > 0$ $x > \frac{13}{4}$	1A	$x > 3.25$
因此，所求的範圍為 $x > \frac{13}{4}$ 。	1M	
(b) 4	1A	
	-----	(4)

解	分	備註
<p>6. (a) 該書的售價  <math>= 250(1+20\%)</math>  <math>= \\$300</math></p> <p>(b) 設 <math>\\$x</math> 為該書的標價。  <math>(75\%)x = 300</math>  <math>x = \frac{300}{75\%}</math>  <math>x = 400</math>          因此，該書的標價為 <math>\\$400</math>。</p>	1M 1A  1M 1A ----- (4)	
<p>7. 設 <math>x</math> 為<u>志偉</u>擁有蘋果的數目，          則<u>佩玲</u>擁有蘋果的數目為 <math>4x</math>。  <math>4x - 12 = x + 12</math>  <math>3x = 24</math>  <math>x = 8</math>          因此，<u>佩玲</u>和<u>志偉</u>擁有蘋果的總數為 40。</p>	1A 1A+1M  1A	
<p>設 <math>x</math> 及 <math>y</math> 分別為<u>佩玲</u>及<u>志偉</u>擁有蘋果的數目。          故此，可得 <math>x = 4y</math> 及 <math>x - 12 = y + 12</math>。          所以，可得 <math>4y - 12 = y + 12</math>。          由此，可得 <math>3y = 24</math>。          求解後，可得 <math>x = 32</math> 及 <math>y = 8</math>。          因此，<u>佩玲</u>和<u>志偉</u>擁有蘋果的總數為 40。</p>	1A+1A 1M 1A	給得只有 $x$ 或 $y$ 的線性方程
<p>設 <math>x</math> 為<u>佩玲</u>和<u>志偉</u>擁有蘋果的總數，          則<u>佩玲</u>及<u>志偉</u>擁有蘋果的數目分別為 <math>\left(\frac{x}{2} + 12\right)</math> 及 <math>\left(\frac{x}{2} - 12\right)</math>。  <math>\frac{x}{2} + 12 = 4\left(\frac{x}{2} - 12\right)</math>  <math>\frac{x}{2} + 12 = 2x - 48</math>  <math>3x = 120</math>  <math>x = 40</math>          因此，<u>佩玲</u>和<u>志偉</u>擁有蘋果的總數為 40。</p>	1A 1A+1M 1A	給兩項正確
<p><u>佩玲</u>和<u>志偉</u>擁有蘋果的總數  <math>= \frac{(12 - (-12))(4+1)}{4-1}</math>  <math>= \frac{(24)(5)}{3}</math>  <math>= 40</math></p>	1M+1A+1A 1A ----- (4)	$\begin{cases} 1M \text{ 級分數} + 1A \text{ 級分子} \\ + 1A \text{ 級分母} \end{cases}$

解	分	備註
<p>8. 留意 <math>\angle ABD = \angle ADB = 58^\circ</math> 。</p> <p>再者留意 <math>\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ</math> 。</p> <p>故此，可得 <math>58^\circ + 25^\circ + 58^\circ + \angle BDC = 180^\circ</math> 。</p> <p>所以，可得 <math>\angle BDC = 39^\circ</math> 。</p> <p>又再留意 <math>\angle BCE = \angle ADB = 58^\circ</math> 。</p> <p><math>\angle BEC</math></p> $= \frac{180^\circ - \angle BCE}{2}$ $= \frac{180^\circ - 58^\circ}{2}$ $= 61^\circ$ <p><math>\angle ABE</math></p> $= \angle BEC - \angle BAC$ $= \angle BEC - \angle BDC$ $= 61^\circ - 39^\circ$ $= 22^\circ$	1M 1A 1M 1M 1A	----- 任何一項 -----
<p>留意 <math>\angle ABD = \angle ADB = 58^\circ</math> 及 <math>\angle ACB = \angle ADB = 58^\circ</math> 。</p> <p><math>\angle CBE</math></p> $= \angle BEC$ $= \frac{180^\circ - \angle BCE}{2}$ $= \frac{180^\circ - \angle ACB}{2}$ $= \frac{180^\circ - 58^\circ}{2}$ $= 61^\circ$ <p><math>\angle ABE</math></p> $= \angle ABD + \angle CBD - \angle CBE$ $= 58^\circ + 25^\circ - 61^\circ$ $= 22^\circ$ <p><math>\angle BDC</math></p> $= \angle BAE$ $= \angle BEC - \angle ABE$ $= 61^\circ - 22^\circ$ $= 39^\circ$	1M 1M 1A 1M 1A	給任何一項 -----
9. (a) 設 $\theta^\circ$ 為該扇形的角。	(5)	
$\frac{\theta}{360} (\pi(12^2)) = 30\pi$ $\theta = 75$ <p>因此，該扇形的角為 <math>75^\circ</math> 。</p>	1M 1A	
(b) 所求的周界		
$= \frac{75}{360} (2\pi(12)) + 2(12)$ $= (5\pi + 24) \text{ cm}$	1M+1M 1A ----- (5)	

解	分	備註
10. (a) 設 $S = a + bn$ ，其中 $a$ 及 $b$ 均為非零的常數。 故此，可得 $a + b(10) = 10600$ 及 $a + b(6) = 9000$ 。 求解後，可得 $a = 6600$ 及 $b = 400$ 。  所求的收入 $= 6600 + 400(20)$ $= \$14600$	1A 1M 1A	給任何一項代換 給兩項正確  1A -----(4)
(b) $6600 + 400n = 18000$ $400n = 11400$ $n = 28.5$ 留意 28.5 不是整數。 因此， <u>素姍</u> 該月的收入沒有可能是 \$18000。	1M  1A -----(2)	必須顯示理由
11. (a) $k = -5$ $f(3) = 0$ $(3-2)^2(3+h)-5=0$ $h=2$  ~	1A 1M 1A -----(3)	
(b) $f(x) = 0$ $(x-2)(x-2)(x+2)-5=0$ $x^3-2x^2-4x+3=0$ $(x-3)(x^2+x-1)=0$ $x=3$ 或 $x=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$ 留意 $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ 及 $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$ 均不是整數。 因此，不同意該宣稱。	1A 1M 1A 給 $(x-3)(ax^2+bx+c)$ -----(3)	必須顯示理由

解	分	備註
12. (a) 平均值 $= 55 \text{ kg}$	1A	
中位數 $= 52 \text{ kg}$	1A	
分佈域 $= 79 - 40$ $= 39 \text{ kg}$	1A	----- (3)
(b) 設 $a \text{ kg}$ 及 $b \text{ kg}$ 為這兩名學生的體重，其中 $a \leq b$ 。 留意 $\frac{a+b+55(20)}{22} = 55+1$ 。 所以，可得 $a+b=132$ 。 由於分佈域增加 $1 \text{ kg}$ ，新分佈域為 $40 \text{ kg}$ 。 有兩種情況。 情況 1： $a=39$ 由於 $a+b=132$ ，可得 $b=93$ 。 所以，新分佈域為 $54 \text{ kg}$ 。 這是不可能。 情況 2： $40 \leq a \leq 80$ 在這情況下，可得 $b=80$ 。 由於 $a+b=132$ ，可得 $a=52$ 。 因此，這兩名學生的體重為 $52 \text{ kg}$ 及 $80 \text{ kg}$ 。	1M 1A 1A 1M 1A 1A	任何一項 ----- (4)

解	分	備註
<p>13. (a) <math>AB = BC</math> [正方形性質]  <math>AE = BF</math> [已知]  <math>\angle ABE = 90^\circ = \angle BCF</math> [正方形性質]  <math>\triangle ABE \cong \triangle BCF</math> (RHS)</p> <p><b>評分標準：</b>  <b>情況 1</b> 附有正確理由的任何正確證明。  <b>情況 2</b> 未附有正確理由的任何正確證明。</p>		
	(2)	
<p>(b) 藉 (a)，可得 <math>\angle BAE = \angle CBF</math>。</p> $\begin{aligned} \angle AEB &= 180^\circ - \angle ABE - \angle BAE \\ &= 180^\circ - 90^\circ - \angle BAE \\ &= 90^\circ - \angle BAE \end{aligned}$ $\begin{aligned} \angle BGE &= 180^\circ - \angle CBF - \angle AEB \\ &= 180^\circ - \angle BAE - (90^\circ - \angle BAE) \\ &= 90^\circ \end{aligned}$ <p>因此，<math>\triangle BGE</math> 是一直角三角形。</p>	<p>1M 1M</p> <p>1A</p>	<p>必須顯示理由</p> <p>任何一項</p>
<p>藉 (a)，可得 <math>\angle BAE = \angle CBF</math>。</p> <p>留意 <math>\angle AEB = \angle DAE</math>。</p> <p>由於 <math>\angle BAE + \angle DAE = 90^\circ</math>，可得 <math>\angle CBF + \angle AEB = 90^\circ</math>。</p> <p>再者留意 <math>\angle CBF + \angle AEB + \angle BGE = 180^\circ</math>。</p> <p>故此，可得 <math>\angle BGE = 90^\circ</math>。</p> <p>因此，<math>\triangle BGE</math> 是一直角三角形。</p>	<p>1M 1M 1A</p>	<p>必須顯示理由</p>
	(3)	
<p>(c) 藉 (a)，可得 <math>BE = CF = 15\text{ cm}</math>。</p> $\begin{aligned} BG &= \sqrt{BE^2 - EG^2} \\ &= \sqrt{15^2 - 9^2} \\ &= 12\text{ cm} \end{aligned}$	<p>1M 1A</p>	
	(2)	

解	分	備註
<p>14. (a) (i) <math>PQ</math> 的中點  <math>= (-5, 11)</math>  <math>PQ</math> 的斜率  <math>= \frac{23 - (-1)}{-14 - 4}</math>  <math>= \frac{-4}{3}</math>  <math>L</math> 的方程為  <math>y - 11 = \frac{3}{4}(x - (-5))</math>  <math>3x - 4y + 59 = 0</math></p>	1M	
<p><math>L</math> 的方程為  <math>(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = (x + 14)^2 + (y - 23)^2</math>  <math>x^2 - 8x + 16 + y^2 + 2y + 1 = x^2 + 28x + 196 + y^2 - 46y + 529</math>  <math>36x - 48y + 708 = 0</math>  <math>3x - 4y + 59 = 0</math></p>	1M+1M	
<p>(ii) 設 <math>k</math> 為 <math>G</math> 的 <math>y</math> 坐標。  藉 (a)(i)，可得 <math>3h - 4k + 59 = 0</math>。  故此，可得 <math>k = \frac{3h + 59}{4}</math>。  <math>C</math> 的方程為  <math>(x - h)^2 + (y - k)^2 = (4 - h)^2 + (-1 - k)^2</math>  <math>x^2 + y^2 - 2hx - 2\left(\frac{3h + 59}{4}\right)y + 8h - 2\left(\frac{3h + 59}{4}\right) - 17 = 0</math>  <math>2x^2 + 2y^2 - 4hx - (3h + 59)y + 13h - 93 = 0</math></p>	1M	
<p>把圓 <math>2x^2 + 2y^2 - 4hx - (3h + 59)y + 13h - 93 = 0</math> 記為 <math>C'</math>。  <math>C'</math> 的圓心的坐標為 <math>\left(h, \frac{3h + 59}{4}\right)</math>。  設 <math>k</math> 為 <math>G</math> 的 <math>y</math> 坐標。  藉 (a)(i)，可得 <math>3h - 4k + 59 = 0</math>。  故此，可得 <math>k = \frac{3h + 59}{4}</math>。  所以，<math>C'</math> 的圓心為 <math>G</math>。  再者留意 <math>2(4)^2 + 2(-1)^2 - 4h(4) - (3h + 59)(-1) + 13h - 93 = 0</math>  及 <math>2(-14)^2 + 2(23)^2 - 4h(-14) - (3h + 59)(23) + 13h - 93 = 0</math>。  由此，<math>C'</math> 是以 <math>G</math> 為圓心且通過 <math>P</math> 及 <math>Q</math> 的圓。  因此，<math>C</math> 的方程為 <math>2x^2 + 2y^2 - 4hx - (3h + 59)y + 13h - 93 = 0</math>。</p>	1M	
	1	
	----- (6)	

解	分	備註
<p>(b) 把通過 <math>P</math>、<math>Q</math> 及 <math>R</math> 的圓記為 <math>C</math>。</p> <p>留意 <math>C</math> 的圓心在 <math>PQ</math> 的垂直平分線上。</p> <p>設 <math>h</math> 為 <math>C</math> 的圓心的 <math>x</math> 坐標。</p> <p>藉 (a)(ii)，可得</p> $2(26)^2 + 2(43)^2 - 4h(26) - (3h+59)(43) + 13h - 93 = 0.$ <p>故此，可得 <math>h=11</math>。</p> <p>由此，<math>C</math> 的方程為 <math>x^2 + y^2 - 22x - 46y + 25 = 0</math>。</p> <p>所求的直徑</p> $= 2 \sqrt{\left(\frac{22}{2}\right)^2 + \left(\frac{46}{2}\right)^2 - 25}$ $= 2\sqrt{625}$ $= 50$	1M 1M 1A	給利用 (a)(ii)
<p>把通過 <math>P</math>、<math>Q</math> 及 <math>R</math> 的圓記為 <math>C</math>。</p> <p>留意 <math>C</math> 的圓心在 <math>PQ</math> 的垂直平分線上。</p> <p>設 <math>(a, b)</math> 為 <math>C</math> 的圓心的坐標，</p> <p>則可得 <math>\begin{cases} 3a - 4b + 59 = 0 \\ (a-4)^2 + (b+1)^2 = (a-26)^2 + (b-43)^2 \end{cases}</math>。</p> <p>由此，可得 <math>\begin{cases} 3a - 4b + 59 = 0 \\ a + 2b - 57 = 0 \end{cases}</math>。</p> <p>求解後，可得 <math>a=11</math> 及 <math>b=23</math>。</p> <p>所求的直徑</p> $= 2\sqrt{(11-4)^2 + (23+1)^2}$ $= 2\sqrt{625}$ $= 50$	1M 1A	

-----(3)

解	分	備註						
<p>15. (a) 設 <math>x</math> 分為家華在數學考試的得分。</p> $\frac{x-66}{12} = -0.5$ $x = 66 - (0.5)(12)$ $x = 60$ <p>因此，家華在數學考試的得分為 60 分。</p>	1M 1A ----- (2)							
<p>(b) 家華在科學考試的標準分</p> $\begin{array}{r} 49 - 52 \\ \hline 10 \\ = -0.3 \\ > -0.5 \end{array}$ <p>相對於其他學生，家華在科學考試的表現較數學考試為佳。 因此，該宣稱正確。</p>	1A 1A ----- (2)	必須顯示理由						
<p>16. (a) 所求的概率</p> $= \frac{C_2^5 C_2^9}{C_4^{14}}$ $= \frac{360}{1001}$	1M 1A ----- (2)	給分子 接受答案準確至 0.360						
<table border="1"> <tr> <td>所求的概率</td> <td>1M</td> <td>給 <math>6p_1 p_2 p_3 p_4</math></td> </tr> <tr> <td><math>= 6 \left( \frac{5}{14} \right) \left( \frac{4}{13} \right) \left( \frac{9}{12} \right) \left( \frac{8}{11} \right)</math></td> <td>1A</td> <td>接受答案準確至 0.360</td> </tr> </table>	所求的概率	1M	給 $6p_1 p_2 p_3 p_4$	$= 6 \left( \frac{5}{14} \right) \left( \frac{4}{13} \right) \left( \frac{9}{12} \right) \left( \frac{8}{11} \right)$	1A	接受答案準確至 0.360	----- (2)	
所求的概率	1M	給 $6p_1 p_2 p_3 p_4$						
$= 6 \left( \frac{5}{14} \right) \left( \frac{4}{13} \right) \left( \frac{9}{12} \right) \left( \frac{8}{11} \right)$	1A	接受答案準確至 0.360						
<p>(b) 所求的概率</p> $= \frac{360}{1001} + \frac{C_3^5 C_1^9}{C_4^{14}} + \frac{C_4^5}{C_4^{14}}$ $= \frac{5}{11}$	1M 1A ----- (2)	給 (a) + $p_5 + p_6$ 接受答案準確至 0.455						
<table border="1"> <tr> <td>所求的概率</td> <td>1M</td> <td>給 (a) + <math>p_7 + p_8</math></td> </tr> <tr> <td><math>= \frac{360}{1001} + 4 \left( \frac{5}{14} \right) \left( \frac{4}{13} \right) \left( \frac{3}{12} \right) \left( \frac{9}{11} \right) + \left( \frac{5}{14} \right) \left( \frac{4}{13} \right) \left( \frac{3}{12} \right) \left( \frac{2}{11} \right)</math></td> <td>1A</td> <td>接受答案準確至 0.455</td> </tr> </table>	所求的概率	1M	給 (a) + $p_7 + p_8$	$= \frac{360}{1001} + 4 \left( \frac{5}{14} \right) \left( \frac{4}{13} \right) \left( \frac{3}{12} \right) \left( \frac{9}{11} \right) + \left( \frac{5}{14} \right) \left( \frac{4}{13} \right) \left( \frac{3}{12} \right) \left( \frac{2}{11} \right)$	1A	接受答案準確至 0.455	----- (2)	
所求的概率	1M	給 (a) + $p_7 + p_8$						
$= \frac{360}{1001} + 4 \left( \frac{5}{14} \right) \left( \frac{4}{13} \right) \left( \frac{3}{12} \right) \left( \frac{9}{11} \right) + \left( \frac{5}{14} \right) \left( \frac{4}{13} \right) \left( \frac{3}{12} \right) \left( \frac{2}{11} \right)$	1A	接受答案準確至 0.455						
<table border="1"> <tr> <td>所求的概率</td> <td>1M</td> <td>給 <math>1 - p_9 - p_{10}</math></td> </tr> <tr> <td><math>= 1 - \frac{C_4^9}{C_4^{14}} - \frac{C_1^5 C_3^9}{C_4^{14}}</math></td> <td>1A</td> <td>接受答案準確至 0.455</td> </tr> </table>	所求的概率	1M	給 $1 - p_9 - p_{10}$	$= 1 - \frac{C_4^9}{C_4^{14}} - \frac{C_1^5 C_3^9}{C_4^{14}}$	1A	接受答案準確至 0.455	----- (2)	
所求的概率	1M	給 $1 - p_9 - p_{10}$						
$= 1 - \frac{C_4^9}{C_4^{14}} - \frac{C_1^5 C_3^9}{C_4^{14}}$	1A	接受答案準確至 0.455						

解	分	備註
<p>17. (a) <math>A(1)+A(2)+A(3)+\cdots+A(n)</math>  <math>= -1+3+7+\cdots+(4n-5)</math>  <math>= \frac{n}{2}((-1)+(4n-5))</math>  <math>= n(2n-3)</math></p>	1M 1A -----(2)	或等價
<p>(b) <math>\log(B(1)B(2)B(3)\cdots B(n)) \leq 8000</math>  <math>\log B(1) + \log B(2) + \log B(3) + \cdots + \log B(n) \leq 8000</math>          留意對所有正整數 <math>k</math>，<math>\log B(k) = A(k)</math>。  <math>A(1)+A(2)+A(3)+\cdots+A(n) \leq 8000</math>  <math>n(2n-3) \leq 8000</math>  <math>2n^2 - 3n - 8000 \leq 0</math>  <math>(n-64)(2n+125) \leq 0</math>  <math>\frac{-125}{2} \leq n \leq 64</math>          因此，<math>n</math> 的最大值為 64。</p>	1M 1M 1A	
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <math>\log(B(1)B(2)B(3)\cdots B(n)) \leq 8000</math>  <math>\log(10^{-1} 10^3 10^7 \cdots 10^{4n-5}) \leq 8000</math>  <math>\log(10^{-1+3+7+\cdots+(4n-5)}) \leq 8000</math>  <math>\log(10^{n(2n-3)}) \leq 8000</math>  <math>n(2n-3) \leq 8000</math>  <math>2n^2 - 3n - 8000 \leq 0</math>  <math>(n-64)(2n+125) \leq 0</math>  <math>\frac{-125}{2} \leq n \leq 64</math>          因此，<math>n</math> 的最大值為 64。       </div>	1M 1M 1A -----(3)	

解	分	備註
<p>18. (a) <math>(-4k)^2 - 4(2)(3k^2 + 5)</math>  <math>= 16k^2 - 24k^2 - 40</math>  <math>= -8k^2 - 40</math>  <math>&lt; 0</math>          因此，<math>y = f(x)</math> 的圖像不與 <math>x</math> 軸相交。</p>	1M 1A ----- (2)	必須顯示理由
<p>(b) <math>f(x)</math>  <math>= 2x^2 - 4kx + 3k^2 + 5</math>  <math>= 2(x^2 - 2kx) + 3k^2 + 5</math>  <math>= 2(x^2 - 2kx + k^2 - k^2) + 3k^2 + 5</math>  <math>= 2(x - k)^2 + k^2 + 5</math>          因此，頂點的坐標為 <math>(k, k^2 + 5)</math>。</p>	1M 1A 1M ----- (3)	
<p>(c) 藉 (b)，<math>y = 2f(x)</math> 的圖像的頂點的坐標為 <math>(k, -k^2 - 3)</math>。          當 <math>S</math> 與 <math>T</math> 最接近時，<math>S</math> 及 <math>T</math> 的坐標分別為 <math>(k, k^2 + 5)</math> 及 <math>(k, -k^2 - 3)</math>。          在這情況下，<math>ST</math> 為 垂直線。          故此，<math>ST</math> 的垂直平分線為一水平線。  <math>\Delta OST</math> 的外心的 <math>y</math> 坐標  <math>= \frac{(k^2 + 5) + (-k^2 - 3)}{2}</math>  <math>= 1</math>  <math>\neq 0</math>          所以，<math>\Delta OST</math> 的外心不在 <math>x</math> 軸上。          因此，該宣稱不正確。</p>	1M 1M 1M 1A	必須顯示理由
<p>假設當 <math>S</math> 與 <math>T</math> 最接近時，<math>\Delta OST</math> 的外心在 <math>x</math> 軸上。          在這情況下，<math>S</math> 及 <math>T</math> 的坐標分別為 <math>(k, k^2 + 5)</math> 及 <math>(k, -k^2 - 3)</math>。          設 <math>(r, 0)</math> 為 <math>\Delta OST</math> 的外心 <math>R</math> 的坐標。  <math>RS</math>  <math>= \sqrt{(-k)^2 + (0 - (k^2 + 5))^2}</math>  <math>= \sqrt{(r - k)^2 + (k^2 + 5)^2}</math>  <math>RT</math>  <math>= \sqrt{(r - k)^2 + (0 - (-k^2 - 3))^2}</math>  <math>= \sqrt{(r - k)^2 + (k^2 + 3)^2}</math>          故此，可得 <math>RS \neq RT</math>。          這是不可能。          因此，該宣稱不正確。</p>	1M 1M 1M 1A	任何一項 ----- (4) 必須顯示理由

解	分	備註
19. (a) (i) 藉餘弦公式， $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2(AB)(BC)\cos\angle ABC$ $AC^2 = 40^2 + 24^2 - 2(40)(24)\cos 80^\circ$ $AC \approx 42.92546446 \text{ cm}$ $AC \approx 42.9 \text{ cm}$ <p>因此，A 與 C 間的距離為 42.9 cm。</p>	1M 1A	接受答案準確至 42.9 cm
(ii) 藉正弦公式， $\frac{\sin \angle ACB}{AB} = \frac{\sin \angle ABC}{AC}$ $\frac{\sin \angle ACB}{40} \approx \frac{\sin 80^\circ}{42.92546446}$ $\angle ACB \approx 66.59081487^\circ \text{ 或 } \angle ACB \approx 113.4091851^\circ \text{ (捨去)}$ $\angle ACB \approx 66.6^\circ$	1M 1A	接受答案準確至 66.6°
(iii) $\angle CAD = 180^\circ - 2(\angle BCD - \angle ACB)$ $23.18162974^\circ < \angle CAD < 103.1816297^\circ$  該紙卡的面積 $= 2\left(\frac{1}{2}(40)(24)\sin 80^\circ\right) + \frac{1}{2}AC^2 \sin \angle CAD$ $= 960 \sin 80^\circ + \frac{1}{2}AC^2 \sin \angle CAD$  留意 $960 \sin 80^\circ$ 為一常數而 $\frac{1}{2}AC^2 \sin \angle CAD$ 隨 $\sin \angle CAD$ 正變。 再者留意當 $\angle CAD = 90^\circ$ 時，該紙卡的面積最大。 定義 $\alpha = 45^\circ + \angle ACB$ ，則可得 $\alpha \approx 111.59081487^\circ$ 。 當 $\angle BCD$ 由 $105^\circ$ 增加至 $\alpha$ 期間，該紙卡的面積增加。 當 $\angle BCD$ 由 $\alpha$ 增加至 $145^\circ$ 期間，該紙卡的面積減少。	1M 1M 1A 1A 1M 1A 1A ----- (7)	必須顯示理由
(b) $\angle ACD = \angle BCD - \angle ACB$ $\angle ACD \approx 65.40918513^\circ$  $\cos \angle ACD = \frac{CD}{AC}$ $CD \approx 35.72557859 \text{ cm}$  設 M 為 CD 的中點。 $AM^2 = AC^2 - CM^2$ $AM^2 \approx 1523.516258$ $BM^2 = BC^2 - CM^2$ $BM^2 \approx 256.9207587$  藉餘弦公式， $\cos \angle AMB = \frac{AM^2 + BM^2 - AB^2}{2(AM)(BM)}$ $\angle AMB \approx 81.70890517^\circ$	1M 1M	

解	分	備註
角錐體 $ABCD$ 的高 $= BM \sin \angle AMB$ $\approx 15.86121883 \text{ cm}$	1M	接受 $BA \sin \angle BAM$
$\Delta ACD$ 的面積 $= \frac{1}{2}(CD)(AM)$ $\approx 697.2247927 \text{ cm}^2$	1M	
角錐體 $ABCD$ 的體積 $= \frac{1}{3}(\Delta ACD \text{ 的面積})(\text{角錐體 } ABCD \text{ 的高})$ $\approx 3686.278338 \text{ cm}^3$ $\approx 3690 \text{ cm}^3$	1M	接受答案準確至 $3690 \text{ cm}^3$
$\angle ACD = \angle BCD - \angle ACB$ $\angle ACD \approx 65.40918513^\circ$ $\cos \angle ACD = \frac{CD}{AC}$ $CD \approx 35.72557859 \text{ cm}$	1M	
設 $M$ 為 $CD$ 的中點。 $AM^2 = AC^2 - CM^2$ $AM^2 \approx 1523.516258$ $BM^2 = BC^2 - CM^2$ $BM^2 \approx 2569207587$		
藉餘弦公式， $\cos \angle ABM = \frac{AB^2 + BM^2 - AM^2}{2(AB)(BM)}$ $\angle ABM \approx 74.92963499^\circ$	1M	
角錐體 $ABCD$ 的高 $= AB \sin \angle ABM$ $\approx 38.62428968 \text{ cm}$	1M	接受 $AM \sin \angle AMB$
$\Delta BCD$ 的面積 $= \frac{1}{2}(CD)(BM)$ $\approx 286.318146 \text{ cm}^2$	1M	
角錐體 $ABCD$ 的體積 $= \frac{1}{3}(\Delta BCD \text{ 的面積})(\text{角錐體 } ABCD \text{ 的高})$ $\approx 3686.278338 \text{ cm}^3$ $\approx 3690 \text{ cm}^3$	1M	接受答案準確至 $3690 \text{ cm}^3$

----- (6)