

## 評卷參考

本文件供閱卷員參考而設，並不應被視為標準答案。考生以及沒有參與評卷工作的教師在詮釋文件內容時應小心謹慎。

### 一般閱卷原則

1. 評卷時，閱卷員須跟循評卷參考的評分標準給分，這是十分重要的。很多時考生會運用評卷參考以外的方法而得到正確答案，一般來說，只要運用合理的方法而取得正確答案，該考生應可獲得該部分的**所有分數**（除題目特別指明特定方法外）。閱卷員應有耐性地評閱評卷參考以外的解題方法。
2. 在評卷參考中，分數會分為下列三類：

「M」分	使用正確方法的得分；
「A」分	正確答案的得分；
沒有「M」或「A」的分	正確地完成證題或推演得題目所給的答案的得分。

某些題目由數部分組成，而較後部分的答案卻需依賴較前部分所得的結果。在這情況下，若考生因為前部分錯誤的結果而導致後部分的答案錯誤，但卻能運用正確的方法去解題，則方法正確的步驟可給「M」分，而相應的答案將沒有「A」分（除特別指明外）。
3. 為方便閱卷員評卷，評卷參考已盡量詳盡。當然，考生的答案多不會如評卷參考般清楚列寫出來，諸如欠缺某幾個步驟或將步驟隱含於字裏行間。如遇到類似情況，閱卷員應運用他們的專業知識去判斷是否給分。一般來說，如考生的答案顯示他已運用相關的概念或技巧，則該部分應予給分。
4. 評卷時遇有不清楚的地方，應以考生的利益為依歸。
5. 評卷參考中，**塗上陰影的部分**代表可省略的步驟，**有外框的部分**代表運用不同方法的答案。所有分數答案必須化簡。

解	分	備註
<p>1. <math>\frac{(x^8y^7)^2}{x^5y^{-6}}</math></p> $= \frac{x^{16}y^{14}}{x^5y^{-6}}$ $= x^{16-5}y^{14-(-6)}$ $= x^{11}y^{20}$	<p>1M</p> <p>1M</p> <p>1A</p> <p>------(3)</p>	<p>給 <math>(ab)^m = a^m b^m</math> 或 <math>(a^m)^n = a^{mn}</math></p> <p>給 <math>\frac{c^p}{c^q} = c^{p-q}</math> 或 <math>\frac{c^p}{c^q} = \frac{1}{c^{q-p}}</math></p>
<p>2. <math>Ax = (4x + B)C</math></p> $Ax = 4Cx + BC$ $Ax - 4Cx = BC$ $(A - 4C)x = BC$ $x = \frac{BC}{A - 4C}$	<p>1M</p> <p>1M</p> <p>1A</p>	<p>給將 <math>x</math> 放在一邊</p> <p>或等價</p>
$Ax = (4x + B)C$ $\frac{A}{C}x = 4x + B$ $\frac{A}{C}x - 4x = B$ $\left(\frac{A}{C} - 4\right)x = B$ $\left(\frac{A - 4C}{C}\right)x = B$ $x = \frac{BC}{A - 4C}$	<p>1M</p> <p>1M</p> <p>1A</p> <p>------(3)</p>	<p>給將 <math>x</math> 放在一邊</p> <p>或等價</p>
<p>3. <math>\frac{2}{4x-5} + \frac{3}{1-6x}</math></p> $= \frac{2(1-6x) + 3(4x-5)}{(4x-5)(1-6x)}$ $= \frac{2-12x+12x-15}{(4x-5)(1-6x)}$ $= \frac{-13}{(4x-5)(1-6x)}$ $= \frac{13}{(4x-5)(6x-1)}$	<p>1M</p> <p>1M</p> <p>1A</p> <p>------(3)</p>	<p>或等價</p>

解	分	備註
4. (a) $5m - 10n$ $= 5(m - 2n)$	1A	
(b) $m^2 + mn - 6n^2$ $= (m + 3n)(m - 2n)$	1A	
(c) $m^2 + mn - 6n^2 - 5m + 10n$ $= m^2 + mn - 6n^2 - (5m - 10n)$ $= (m + 3n)(m - 2n) - 5(m - 2n)$ $= (m - 2n)(m + 3n - 5)$	1M 1A ----- (4)	給利用 (a) 及 (b) 的結果 或等價
5. 設 $x$ 及 $y$ 分別為男會員人數及女會員人數。 $\begin{cases} x + y = 180 \\ x = (1 + 40\%)y \end{cases}$ 故此，可得 $1.4y + y = 180$ 。 求解後，可得 $y = 75$ 及 $x = 105$ 。 因此，男會員人數與女會員人數之差為 30。	} 1A+1A 1M 1A	給得只有 $x$ 或 $y$ 的線性方程
設 $x$ 為男會員人數。 $x = (1 + 40\%)(180 - x)$ 求解後，可得 $x = 105$ 。 留意 $105 - (180 - 105) = 30$ 。 因此，男會員人數與女會員人數之差為 30。	1A+1A+1M 1A	$\begin{cases} 1A \text{ 給 } x = (1 + 40\%)y \\ + 1A \text{ 給 } y = 180 - x \\ + 1M \text{ 給一元線性方程} \end{cases}$
男會員人數與女會員人數之差 $= \frac{(180)(40\%)}{100\% + (100\% + 40\%)}$ $= 30$	1A+1A+1M 1A	$\begin{cases} 1A \text{ 給分子} + 1A \text{ 給分母} \\ + 1M \text{ 給分數} \end{cases}$
設 $d$ 為男會員人數與女會員人數之差。 $\frac{180 + d}{2} = \left(\frac{180 - d}{2}\right)(1 + 40\%)$ $d = 30$ 因此，男會員人數與女會員人數之差為 30。	1A+1A+1M 1A ----- (4)	$\begin{cases} 1A \text{ 給 } \frac{180 + d}{2} \text{ 或 } \frac{180 - d}{2} \\ + 1A \text{ 給 } \left(\frac{180 - d}{2}\right)(1 + 40\%) \\ + 1M \text{ 給一元線性方程} \end{cases}$

解	分	備註
<p>6. (a) <math>x+6 &lt; 6(x+11)</math>  <math>x+6 &lt; 6x+66</math>  <math>x-6x &lt; 66-6</math>  <math>-5x &lt; 60</math>  <math>x &gt; -12</math></p> <p>所以，可得 <math>x &gt; -12</math> 或 <math>x \leq -5</math>。  因此，(*) 的解為所有實數。</p> <p>(b) -1</p>	<p>1M</p> <p>1A</p> <p>1A</p> <p>1A</p> <p>----- (4)</p>	<p>給將 <math>x</math> 放在一邊</p>
<p>7. (a) <math>\angle AOB</math>  <math>= 135^\circ - 75^\circ</math>  <math>= 60^\circ</math></p> <p>(b) 由於 <math>AO = BO</math>，可得 <math>\angle OAB = \angle OBA</math>。  留意 <math>\angle OAB + \angle OBA + 60^\circ = 180^\circ</math>。  所以，可得 <math>\angle OAB = \angle OBA = 60^\circ</math>。  故此，<math>\triangle AOB</math> 為一等邊三角形。  <math>\triangle AOB</math> 的周界  <math>= 3(12)</math>  <math>= 36</math></p> <p>(c) 3</p>	<p>1A</p> <p>1M</p> <p>1A</p> <p>1A</p> <p>----- (4)</p>	<p>可以被包含</p>
<p>8. (a) 設 <math>f(x) = hx + kx^2</math>，其中 <math>h</math> 及 <math>k</math> 均為非零的常數。  故此，可得 <math>3h + 9k = 48</math> 及 <math>9h + 81k = 198</math>。  求解後，可得 <math>h = 13</math> 及 <math>k = 1</math>。  因此，可得 <math>f(x) = 13x + x^2</math>。</p> <p>(b) <math>f(x) = 90</math>  <math>13x + x^2 = 90</math>  <math>x^2 + 13x - 90 = 0</math>  <math>(x-5)(x+18) = 0</math>  <math>x = 5</math> 或 <math>x = -18</math></p>	<p>1A</p> <p>1M</p> <p>1A</p> <p>1M</p> <p>1A</p> <p>----- (5)</p>	<p>給任何一項代換</p>

解	分	備註
9. (a) $x$ $= 2 + 4$ $= 6$	1A	
$y$ $= 37 - 15$ $= 22$	1A	
$z$ $= 37 + 3$ $= 40$	1A	
(b) 所求的概率 $= \frac{22 - 6}{40}$ $= \frac{2}{5}$	1M 1A	給 $\frac{y-x}{z}$ 0.4
留意 $b=7$ 及 $c=9$ 。 所求的概率 $= \frac{7+9}{40}$ $= \frac{2}{5}$	1M 1A	給 $\frac{b+c}{z}$ 0.4
留意 $a=2$ 。 所求的概率 $= \frac{40-2-4-15-3}{40}$ $= \frac{2}{5}$	1M 1A	給 $\frac{z-a-4-15-3}{z}$ 0.4
	----- (5)	



解	分	備註
<p>11. (a) 設 <math>V \text{ cm}^3</math> 為該容器內牛奶的最終體積。</p> $\frac{V - 444\pi}{V} = \left(\frac{12}{16}\right)^3$ $V = 768\pi$ <p>因此，該容器內牛奶的最終體積為 <math>768\pi \text{ cm}^3</math>。</p>	<p>1M+1A 1A</p>	<p>1M 給 <math>\left(\frac{12}{16}\right)^3</math></p>
<p>設 <math>V \text{ cm}^3</math> 及 <math>r \text{ cm}</math> 分別為該容器內牛奶的最終體積及牛奶表面的最終半徑。</p> $V = \frac{1}{3}\pi r^2(16)$ $V - 444\pi = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{12r}{16}\right)^2(12)$ <p>故此，可得 <math>V - 444\pi = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{12}{16}\right)^2\left(\frac{3V}{16\pi}\right)(12)</math>。</p> <p>求解後，可得 <math>V = 768\pi</math>。</p> <p>因此，該容器內牛奶的最終體積為 <math>768\pi \text{ cm}^3</math>。</p>	<p>1M+1A 1A</p>	<p>1M 給消去 <math>r^2</math></p>
<p>(b) 設 <math>r \text{ cm}</math> 為該容器內牛奶表面的最終半徑。</p> $\frac{1}{3}\pi r^2(16) = 768\pi$ $r = 12$ <p>該容器被浸濕的曲面的最終面積</p> $= \pi(12)\sqrt{12^2 + 16^2}$ $= 240\pi$ $\approx 753.9822369 \text{ cm}^2$ $< 800 \text{ cm}^2$ <p>因此，不同意該宣稱。</p>	<p>------(3)</p> <p>1M</p> <p>1M</p> <p>1A</p> <p>------(3)</p>	<p>必須顯示理由</p>



解	分	備註
13. (a) 在 $\triangle ACD$ 及 $\triangle ABE$ 中， $\angle ADC = \angle AEB$ [已知] $AD = AE$ [等角對邊相等] $CE = BD$ [已知] $CE + DE = BD + DE$ $CD = BE$ $\triangle ACD \cong \triangle ABE$ (SAS)		
評分標準：		
情況 1 附有正確理由的任何正確證明。	2	
情況 2 未附有正確理由的任何正確證明。	1	
	----- (2)	
(b) (i) 留意 $DM = EM = 9\text{ cm}$ 及 $\angle AMD = \angle AME = 90^\circ$ 。 $AM = \sqrt{AD^2 - DM^2}$ $= \sqrt{15^2 - 9^2}$ $= \sqrt{144}$ $= 12\text{ cm}$	1M  1A	
(ii) $AB^2 = AM^2 + BM^2$ $= 144 + (7+9)^2$ $= 400$ 藉 (a)，可得 $AE = AD = 15\text{ cm}$ 。 $AB^2 + AE^2 = 400 + 15^2$ $= 625$ $= (7+18)^2$ $= (BD + DE)^2$ $= BE^2$ 因此， $\triangle ABE$ 是一直角三角形。	1M  1M  1A	必須顯示理由
	----- (5)	

解	分	備註
<p>14. (a) 留意 <math>p(2)=152+4a+2b+c</math> 及 <math>p(-2)=40+4a-2b+c</math>。 由於 <math>p(2)=p(-2)</math>，可得 <math>b=-28</math>。</p> <p>藉比較 <math>x^4</math> 的係數，可得 <math>l=3</math>。 留意在 <math>(3x^2+5x+8)(2x^2+mx+n)</math> 的展開式中 <math>x^3</math> 及 <math>x</math> 的係數分別為 <math>3m+10</math> 及 <math>8m+5n</math>。 故此，可得 <math>3m+10=7</math> 及 <math>8m+5n=-28</math>。 求解後，可得 <math>m=-1</math> 及 <math>n=-4</math>。</p>	<p>1M</p> <p>1A</p> <p>1M 1A+1A</p> <p>----- (5)</p>	
<p>(b) <math>p(x)=0</math> <math>(3x^2+5x+8)(2x^2-x-4)=0</math> (藉 (a)) <math>3x^2+5x+8=0</math> 或 <math>2x^2-x-4=0</math></p> <p><math>5^2-4(3)(8)</math> <math>=-71</math> <math>&lt;0</math> 故此，二次方程 <math>3x^2+5x+8=0</math> 沒有實根。</p> <p><math>(-1)^2-4(2)(-4)</math> <math>=33</math> <math>&gt;0</math> 所以，二次方程 <math>2x^2-x-4=0</math> 有 2 個實根。</p> <p>由此，方程 <math>(3x^2+5x+8)(2x^2-x-4)=0</math> 有 2 個實根。 因此，方程 <math>p(x)=0</math> 有 2 個實根。</p>	<p>1M</p> <p>1A</p> <p>1M+1A</p> <p>1A</p> <p>----- (5)</p>	<p>任何一項</p> <p>任何一項</p> <p>任何一項</p> <p>必須顯示理由</p>



解	分	備註
17. (a) 設 $d$ 為該數列的公差。 $555 = 666 + (38 - 1)d$ $d = -3$	1M 1A	
該數列的公差 $= \frac{555 - 666}{38 - 1}$ $= -3$	1M 1A	
(b) $\frac{n}{2}(2(666) + (n - 1)(-3)) > 0$ $1335n - 3n^2 > 0$ $n(n - 445) < 0$ $0 < n < 445$ 因此， $n$ 的最大值為 444。	1M+1A   1A	
18. (a) $f(x)$ $= \frac{-1}{3}x^2 + 12x - 121$ $= \frac{-1}{3}(x^2 - 36x) - 121$ $= \frac{-1}{3}(x^2 - 36x + 18^2 - 18^2) - 121$ $= \frac{-1}{3}(x - 18)^2 - 13$ 因此，頂點的坐標為 $(18, -13)$ 。	1M   1A	
(b) $g(x)$ $= f(x) + 13$ $= \frac{-1}{3}(x - 18)^2$	1M 1A	接受 $\frac{-1}{3}x^2 + 12x - 108$
(c) 留意 $\frac{-1}{3}x^2 - 12x - 121 = f(-x)$ 。 因此，該變換為對 $y$ 軸的反射。	1A+1A	1A 給反射 + 1A 給全部正確
留意 $\frac{-1}{3}x^2 - 12x - 121 = f(x + 36)$ 。 因此，該變換為向左平移 36 單位。	1A+1A	1A 給平移 + 1A 給全部正確

解	分	備註
<p>19. (a) 藉正弦公式，</p> $\frac{AB}{\sin \angle ADB} = \frac{BD}{\sin \angle BAD}$ $\frac{10}{\sin \angle ADB} = \frac{15}{\sin 86^\circ}$ $\angle ADB \approx 41.68560132^\circ \text{ 或 } \angle ADB \approx 138.3143987^\circ \text{ (捨去)}$ $\angle ABD = 180^\circ - \angle BAD - \angle ADB$ $\angle ABD \approx 52.31439868^\circ$ $\angle ABD \approx 52.3^\circ$ <p>藉餘弦公式，</p> $CD^2 = BC^2 + BD^2 - 2(BC)(BD)\cos \angle CBD$ $CD^2 \approx 8^2 + 15^2 - 2(8)(15)\cos 43^\circ$ $CD \approx 10.65246974$ $CD \approx 10.7 \text{ cm}$	<p>1M</p> <p>1A</p> <p>1M</p> <p>1A</p> <p>------(4)</p>	<p>接受答案準確至 <math>52.3^\circ</math></p> <p>接受答案準確至 10.7 cm</p>
<p>(b) 由於 <math>AC^2 + BC^2 = AB^2</math>，可得 <math>\angle ACB = 90^\circ</math>。</p> <p>藉餘弦公式，</p> $AD^2 = AB^2 + BD^2 - 2(AB)(BD)\cos \angle ABD$ $AD^2 \approx 10^2 + 15^2 - 2(10)(15)\cos 52.31439868^\circ$ $AD \approx 11.89964475$ <p>藉餘弦公式，</p> $AD^2 = AC^2 + CD^2 - 2(AC)(CD)\cos \angle ACD$ $\cos \angle ACD \approx \frac{6^2 + (10.65246974)^2 - (11.89964475)^2}{2(6)(10.65246974)}$ $\angle ACD \approx 86.46867599^\circ$ <p>故此，<math>\angle ACD</math> 不是直角。 由此，<math>AB</math> 與面 <math>BCD</math> 間的交角不是 <math>\angle ABC</math>。 因此，不同意該宣稱。</p>	<p>1M</p> <p>1A</p>	<p>必須顯示理由</p>
<p>由於 <math>AC^2 + BC^2 = AB^2</math>，可得 <math>\angle ACB = 90^\circ</math>。</p> <p>藉餘弦公式，</p> $AD^2 = AB^2 + BD^2 - 2(AB)(BD)\cos \angle ABD$ $AD^2 \approx 10^2 + 15^2 - 2(10)(15)\cos 52.31439868^\circ$ $AD^2 \approx 141.6015451$ $AC^2 + CD^2 \approx 6^2 + (10.65246974)^2$ $AC^2 + CD^2 \approx 149.4751116$ <p>由此，可得 <math>AD^2 \neq AC^2 + CD^2</math>。 故此，<math>\angle ACD</math> 不是直角。 由此，<math>AB</math> 與面 <math>BCD</math> 間的交角不是 <math>\angle ABC</math>。 因此，不同意該宣稱。</p>	<p>1M</p> <p>1A</p> <p>------(2)</p>	<p>必須顯示理由</p>

解	分	備註
20. (a) 留意 $J$ 為圓 $OPQ$ 的圓心。 $\angle IPO = \angle IPQ$ [△內心] 再者留意 $P$ 、 $I$ 與 $J$ 共線。 $\angle JPO = \angle JPQ$ $JO = JP$ [半徑] $\angle JOP = \angle JPO$ [等腰△底角] $JP = JQ$ [半徑] $\angle JPQ = \angle JQP$ [等腰△底角] $\angle JOP = \angle JQP$ $JP = JP$ [公共邊] $\triangle JOP \cong \triangle JQP$ (AAS) 因此，可得 $OP = PQ$ 。 [全等△的對應邊]		
留意 $J$ 為圓 $OPQ$ 的圓心。 $\angle IPO = \angle IPQ$ [△內心] 再者留意 $P$ 、 $I$ 與 $J$ 共線。 $\angle JPO = \angle JPQ$ $JP = JQ$ [半徑] $\angle JQP = \angle JPQ$ [等腰△底角] $\quad = \angle JPO$ $2\angle POQ = \angle PJQ$ [圓心角兩倍於圓周角] $\quad = 180^\circ - \angle JPQ - \angle JQP$ [△內角和] $\quad = 180^\circ - \angle JPQ - \angle JPO$ $\quad = \angle POQ + \angle OQP$ [△內角和] $\angle POQ = \angle OQP$ 因此，可得 $OP = PQ$ 。 [等角對邊相等]		
留意 $J$ 為圓 $OPQ$ 的圓心。 $\angle IPO = \angle IPQ$ [△內心] 再者留意 $P$ 、 $I$ 與 $J$ 共線。 $\angle JPO = \angle JPQ$ $JO = JP$ [半徑] $\angle JOP = \angle JPO$ [等腰△底角] $JP = JQ$ [半徑] $\angle JPQ = \angle JQP$ [等腰△底角] $\angle JOP = \angle JQP$ $JO = JQ$ [半徑] $\angle JOQ = \angle JQO$ [等腰△底角] $\angle JOP - \angle JOQ = \angle JQP - \angle JQO$ $\angle POQ = \angle OQP$ 因此，可得 $OP = PQ$ 。 [等角對邊相等]		
評分標準： 情況 1 附有正確理由的任何正確證明。 情況 2 未附有理由的任何正確證明。 情況 3 附有一正確理由和一正確步驟之未完整的證明。	3 2 1	
	(3)	

解	分	備註
<p>(b) (i) 設 <math>(h, 19)</math> 為 <math>P</math> 的坐標。 藉 (a), 可得 <math>h^2 + 19^2 = (40 - h)^2 + (30 - 19)^2</math>。 求解後, 可得 <math>h = 17</math>。</p> <p>設 <math>x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0</math> 為 <math>C</math> 的方程。 由於 <math>C</math> 通過原點, 可得 <math>F = 0</math>。 故此, 可得 <math>17D + 19E + 650 = 0</math> 及 <math>40D + 30E + 2500 = 0</math>。 求解後, 可得 <math>D = -112</math> 及 <math>E = 66</math>。 因此, <math>C</math> 的方程為 <math>x^2 + y^2 - 112x + 66y = 0</math>。</p>	1M  1A 1M 1A	給任何一項  $(x - 56)^2 + (y + 33)^2 = 65^2$
<p>(ii) 留意 <math>L_1</math> 的方程及 <math>L_2</math> 的方程均為 <math>y = \frac{3}{4}x + c</math> 的形式, 其中 <math>c</math> 為一常數。 把 <math>y = \frac{3}{4}x + c</math> 代入 <math>x^2 + y^2 - 112x + 66y = 0</math>, 可得 <math display="block">x^2 + \left(\frac{3}{4}x + c\right)^2 - 112x + 66\left(\frac{3}{4}x + c\right) = 0</math> <math display="block">25x^2 + (24c - 1000)x + 16c^2 + 1056c = 0</math></p>	1M	
<p>由於 <math>L_1</math> 及 <math>L_2</math> 均為 <math>C</math> 的切線, 可得 <math>(24c - 1000)^2 - 4(25)(16c^2 + 1056c) = 0</math>。 <math>16c^2 + 2400c - 15625 = 0</math> <math>(4c - 25)(4c + 625) = 0</math> <math>c = \frac{25}{4}</math> 或 <math>c = \frac{-625}{4}</math></p> <p>所以, <math>L_1</math> 的方程及 <math>L_2</math> 的方程分別為 <math>y = \frac{3}{4}x + \frac{25}{4}</math> 及 <math>y = \frac{3}{4}x - \frac{625}{4}</math>。</p>	1M  1M	給任何一項
<p>留意 <math>S</math>、<math>T</math>、<math>U</math> 及 <math>V</math> 的坐標分別為 <math>\left(\frac{-25}{3}, 0\right)</math>、 <math>\left(0, \frac{25}{4}\right)</math>、<math>\left(\frac{625}{3}, 0\right)</math> 及 <math>\left(0, \frac{-625}{4}\right)</math>。</p> <p>梯形 <math>STUV</math> 的面積 <math display="block">= \frac{1}{2} \left( \left(\frac{625}{3}\right)\left(\frac{625}{4}\right) + \left(\frac{625}{4}\right)\left(\frac{25}{3}\right) + \left(\frac{25}{3}\right)\left(\frac{25}{4}\right) + \left(\frac{25}{4}\right)\left(\frac{625}{3}\right) \right)</math> <math display="block">= \frac{105625}{6}</math> <math display="block">\approx 17604.16667</math> <math display="block">&gt; 17000</math></p> <p>因此, 該宣稱正確。</p>	1M  1A ------(9)	$\frac{2(65)}{2} \left( \sqrt{\left(\frac{625}{3}\right)^2 + \left(\frac{-625}{4}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{-25}{3}\right)^2 + \left(\frac{25}{4}\right)^2} \right)$  必須顯示理由