解	分	備註
1. $(\alpha\beta^3)(\alpha^{-2}\beta^4)^5$		
$=(\alpha\beta^3)(\alpha^{-10}\beta^{20})$	1M	給 $(a^h)^k=a^{hk}$ 或 $(ab)^l=a^lb^l$
$=\alpha^{-9}\beta^{23}$	1M	給 $c^pc^q=c^{p+q}$ 或 $d^{-r}=\dfrac{1}{d^r}$
$=\dfrac{\beta^{23}}{\alpha^9}$	1A	
	----------(3)	
2. $\dfrac{4-3a}{b}=5$		
$4-3a=5b$	1M	
$-3a=5b-4$	1M	
$a=\dfrac{4-5b}{3}$	1A	或等價
$\dfrac{4-3a}{b}=5$		
$\dfrac{4}{b}-\dfrac{3a}{b}=5$		
$-3a=b\left(5-\dfrac{4}{b}\right)$	1M+1M	
$a=\dfrac{-b}{3}\left(5-\dfrac{4}{b}\right)$		
$a=\dfrac{4}{3}-\dfrac{5b}{3}$	1A	或等價
	----------(3)	
3. (a) $6x^2+xy-2y^2$		
$=(2x-y)(3x+2y)$	1A	或等價
(b) $8x-4y-6x^2-xy+2y^2$		
$=8x-4y-(2x-y)(3x+2y)$	1M	給利用 (a) 的結果
$=4(2x-y)-(2x-y)(3x+2y)$		
$=(2x-y)(4-3x-2y)$	1A	或等價
	----------(3)	
4. (a) $\dfrac{7(x-2)}{5}+11>3(x-1)$		
$7x-14>15x-70$		
$-8x>-56$	1M	給將 x 放在一邊
$x<7$	1A	
$x+4\ge 0$		
$x\ge -4$		
因此，所求的範圍為 $-4\le x<7$。	1A	
(b) 6	1A	
	----------(4)	

解	分	備註
5. 設 x 為該女生擁有貼紙的數目， 則該男生擁有貼紙的數目為 $3x$ 。	1A	
$2(3x-20)=x+20$	1M+1A	
$6x-40=x+20$ $x=12$		
因此，該男生和該女生擁有貼紙的總數為 48 。	1A	
設 x 及 y 分別為該女生擁有貼紙的數目及該男生擁有貼紙的數目， 則可得 $3x=y$ 及 $2(y-20)=x+20$ 。	1A+1A	
$2(3x-20)=x+20$	1M	
$6x-40=x+20$ $x=12$ $y=36$		
因此，該男生和該女生擁有貼紙的總數為 48 。	1A	
設 n 為該男生和該女生擁有貼紙的總數， 則可得 $2\left(\frac{3}{4}n-20\right)=\frac{1}{4}n+20$ 。	1M+1A+1A	
$\frac{5}{4}n=60$ $n=48$		
因此，該男生和該女生擁有貼紙的總數為 48 。	1A	
	----------(4)	
6. 設 $\$x$ 為該襯衣的標價。		
該襯衣的成本 $=\$(x-80)$	1M	
該襯衣的售價 $=(90\%)x$ $=\$0.9x$	1M	
$0.9x=(x-80)(1+30\%)$ $0.9x=1.3x-104$	1M	
$x=260$ 因此，該襯衣的標價為 $\$260$ 。	1A	
設 $\$c$ 為該襯衣的成本。		
該襯衣的標價 $=\$(c+80)$	1M	
該襯衣的售價 $=(c+80)(90\%)$ $=\$(0.9c+72)$	1M	
$0.9c+72=(1+30\%)c$ $0.9c+72=1.3c$	1M	
$c=180$ 因此，該襯衣的標價為 $\$260$ 。	1A	
	----------(4)	

解	分	備註
(a) $\angle POQ$		
$= 140° - 80°$		
$= 60°$	1A	
(b) 由於 ΔOPQ 為一等邊三角形，可得 $r = 21$。	1A	
(c) ΔOPQ 的周界		
$= 3(21)$		
$= 63$	1M	
	1A	
	(4)	
(a) $\angle CAE = \angle BDE$ [已知]		
$\angle AEC = \angle DEB$ [公共角]		
[redacted] [Δ內角和]		
$\Delta ACE \sim \Delta DBE$ (AAA)		(AA) [等角]
評分標準：		
情況 1　附有正確理由的任何正確證明。	2	
情況 2　未附有正確理由的任何正確證明。	1	
(b) (i) $AC^2 + AE^2$		
$= 25^2 + 60^2$		
$= 4\,225$		
$= 65^2$		
$= CE^2$		
因此，ΔACE 是一直角三角形。	1A	必須顯示理由
(ii) $\dfrac{DE}{AE} = \dfrac{BD}{AC}$	1M	
$\dfrac{DE}{60} = \dfrac{15}{25}$		
$DE = 36$ cm		
留意 $\angle BDE = 90°$。		
ΔBDE 的面積		
$= \dfrac{15(36)}{2}$		
$= 270\text{ cm}^2$	1A	
	(5)	
(a) $\dfrac{12 + k + 16}{12 + k + 16 + 9 + 11 + 4} = \dfrac{7}{10}$	1M	
$k = 28$	1A	
(b) 分佈域		
$= 5$	1A	
四分位數間距		
$= 2$	1A	
標準差		
≈ 1.43	1A	接受答案準確至 1.43
	(5)	

解	分	備註
10. (a) 設 $f(x)=m(x+4)^2+n$ ，其中 m 及 n 均為為非零的常數。	1M	
由於 $f(-3)=0$ 及 $f(2)=105$ ，可得 $m+n=0$ 及 $36m+n=105$ 。	1M	給任何一項代換
求解後，可得 $m=3$ 及 $n=-3$ 。		
因此，可得 $f(0)=45$ 。	1A	
	----------(3)	
(b) (i) 48	1M	$(a)+3$
(ii) 對 $f(x)+3=0$ ，可得		
$3(x+4)^2=0$	1M	
$x=-4$	1A	
因此，G 的 x 截距為 -4 。		
	----------(3)	
11. (a) 平均值		
$=\dfrac{1(15)+2(9)+3(2)+4(5)+5(4)+6(2)+7(5)}{15+9+2+5+4+2+5}$	1M	
$=\dfrac{126}{42}$		
$=3$	1A	
	----------(2)	
(b) 中位數及眾數分別為 2 及 1。	1M	給任何一項
因此，該分佈的中位數與眾數不相等。	1A	必須顯示理由
	----------(2)	
(c) (i) 42	1A	
(ii) 11	1A	
(iii) 10	1A	
	----------(3)	

解	分	備註
(a) 設 $p(x)=(x^2+x+1)(2x^2-37)+cx+c-1$ 。	1M	
$p(5)=0$	1M	
$(5^2+5+1)(2(5^2)-37)+5c+c-1=0$		
$6c+402=0$		
$c=-67$	1A	
	----------(3)	
(b) $p(x)$		
$=(x^2+x+1)(2x^2-37)-67x-68$ （藉 (a)）		
$=2x^4+2x^3-35x^2-104x-105$		
$p(-3)$		
$=2(-3)^4+2(-3)^3-35(-3)^2-104(-3)-105$		
$=0$		
因此， $x+3$ 為 $p(x)$ 的因式。	1	
	----------(1)	
(c) 藉 (b)，可得 $p(x)=2x^4+2x^3-35x^2-104x-105$ 。		
所以，可得 $p(x)=(x+3)(x-5)(2x^2+6x+7)$ 。	1M	$p(x)=(x+3)(x-5)(lx^2+mx+n)$
$p(x)=0$		
$(x+3)(x-5)(2x^2+6x+7)=0$		
$x=-3$ 、 $x=5$ 或 $2x^2+6x+7=0$		
$6^2-4(2)(7)$	1M	
$=-20$		
<0		
故此，方程 $2x^2+6x+7=0$ 的根均不是實數。		
因此，該宣稱不正確。	1A	必須顯示理由
	----------(3)	

解	分	備註
13. (a) 留意 G 的坐標為 $(6,8)$ 。		
OG $=\sqrt{(6-0)^2+(8-0)^2}$	1M	
$=10$	1A ----------(2)	
(b) C 的半徑 $=\frac{1}{2}\sqrt{(-12)^2+(-16)^2+4(69)}$ $=13$ $>OG$ （藉 (a)）		
因此， O 位於 C 以內。	1A ----------(1)	必須顯示理由
(c) 由於 M 及 N 均位於 Γ 上，可得 $OM=GM$ 及 $ON=GN$ 。 留意 $GM=GN$ 。 故此，可得 $OM=GM=GN=ON$ 。 由此，四邊形 $OMGN$ 為一菱形。 設 Q 為 OG 與 MN 的交點。		
GQ $=\frac{1}{2}OG$ $=\frac{1}{2}(10)$ （藉 (a)）	1M	給利用 (a) 的結果
$=5$		
再者留意 $\angle GQM=90°$ 及 $GM=13$ 。		
MQ $=\sqrt{GM^2-GQ^2}$ $=\sqrt{13^2-5^2}$	1M	
$=12$		
四邊形 $OMGN$ 的面積 $=4\left(\frac{1}{2}(GQ)(MQ)\right)$ $=4\left(\frac{1}{2}(5)(12)\right)$	1M	
$=120$	1A ----------(4)	

解	分	備註
(a) 設 r cm 為 Y 的底半徑。		
$\dfrac{24\pi r^2}{3}=800\pi$	1M	
$r=10$	1A	
因此，Y 的底半徑為 10 cm 。		
	----------(2)	
(b) Z 的體積		
$=\pi(10^2)(20)+800\pi$	1M	
$=2\,800\pi\text{ cm}^3$		
$\left(\dfrac{Y\text{ 的底半徑}}{Z\text{ 的底半徑}}\right)^3=\left(\dfrac{1}{2}\right)^3=\dfrac{1}{8}$		
$\dfrac{Y\text{ 的體積}}{Z\text{ 的體積}}=\dfrac{800}{2\,800}=\dfrac{2}{7}$		
$\dfrac{Y\text{ 的體積}}{Z\text{ 的體積}}\neq\left(\dfrac{Y\text{ 的底半徑}}{Z\text{ 的底半徑}}\right)^3$	1M	給比較兩比
因此，Y 與 Z 不相似。	1A	必須顯示理由
	----------(3)	
(c) X 的曲面面積		
$=2\pi(10)(20)$	1M	
$=400\pi\text{ cm}^2$		
Y 的曲面面積		
$=\pi(10)\left(\sqrt{10^2+24^2}\right)$	1M	任何一項
$=260\pi\text{ cm}^2$		
設 h cm 為 Z 的高。		
$\dfrac{\pi(20^2)(h)}{3}=2\,800\pi$		
$h=21$		
所以，Z 的高為 21 cm 。		
Z 的曲面面積		
$=\pi(20)\left(\sqrt{20^2+21^2}\right)$		
$=580\pi\text{ cm}^2$		
X 的曲面面積與 Y 的曲面面積之和		
$=400\pi+260\pi$		
$=660\pi\text{ cm}^2$		
$>580\pi\text{ cm}^2$		
因此，同意該宣稱。	1A	必須顯示理由
	----------(3)	

解	分	備註
15. (a) 所求的數目 $= P_{10}^{10}$ $= 3\,628\,800$	1A ----------(1)	
(b) 所求的概率 $= \dfrac{7!\,C_3^8\,3!}{3\,628\,800}$ $= \dfrac{1\,693\,440}{3\,628\,800}$	1M+1M	1M 給分母 + 1M 給 7!3!
$= \dfrac{7}{15}$	1A ----------(3)	接受答案準確至 0.467
16. (a) L_1 的斜率 $= \dfrac{6-3}{2-0}$ $= \dfrac{3}{2}$		
L_1 的方程為 $y-3 = \dfrac{3}{2}(x-0)$	1M	任何一項
$3x-2y+6=0$	1A	任何一項
L_2 的方程為 $y-6 = \dfrac{-2}{3}(x-2)$ $2x+3y-22=0$		
因此，該不等式組為 $\begin{cases} 3x-2y+6 \ge 0 \\ 2x+3y-22 \le 0 \\ y \ge 0 \end{cases}$ 。	1A ----------(3)	或等價
(b) 留意 R 的頂點為點 $(-2,0)$ 、點 $(2,6)$ 及點 $(11,0)$ 。 當 $x=-2$ 及 $y=0$ 時，可得 $8x-5y=-16$ 。 當 $x=2$ 及 $y=6$ 時，可得 $8x-5y=-14$ 。 當 $x=11$ 及 $y=0$ 時，可得 $8x-5y=88$ 。	1M	任何一項
因此， $8x-5y$ 的最小值為 -16 。	1A ----------(2)	

解	分	備註
(a) 設 d 為該等差數列的公差。		
故此，可得 $A(1)+4d=26$ 及 $A(1)+11d=61$ 。	1M	給任何一項
求解後，可得 $d=5$ 。		
因此，可得 $A(1)=6$ 。	1A	
	----------(2)	
(b) $\log_8\left(G(1)G(2)G(3)\cdots G(k)\right)<999$		
$\dfrac{\log_2\left(G(1)G(2)G(3)\cdots G(k)\right)}{\log_2 8}<999$	1M	
$\log_2\left(G(1)G(2)G(3)\cdots G(k)\right)<2\,997$		
$\log_2 G(1)+\log_2 G(2)+\log_2 G(3)+\cdots+\log_2 G(k)<2\,997$	1M	
$A(1)+A(2)+A(3)+\cdots+A(k)<2\,997$		
$\dfrac{k}{2}(2(6)+(k-1)(5))<2\,997$	1M	
$5k^2+7k-5\,994<0$		
$\dfrac{-7-\sqrt{7^2-4(5)(-5\,994)}}{2(5)}<k<\dfrac{-7+\sqrt{7^2-4(5)(-5\,994)}}{2(5)}$	1M	
$-35.33076667<k<33.93076667$		
因此，k 的最大值為 33 。	1A	
	----------(5)	

解	分	備註
18. (a) 設 P 為 AD 上的一點使得 $AB // PC$ 。 藉正弦公式，可得 $\frac{CD}{\sin\angle CPD}=\frac{CP}{\sin\angle CDP}$ $\frac{CD}{\sin 50^\circ}=\frac{45}{\sin 70^\circ}$	1M	
$CD\approx 36.68433611\text{ cm}$ $CD\approx 36.7\text{ cm}$	1A -----------(2)	接受答案準確至 36.7cm
(b) (i) $AE=AB\cos\angle BAE=45\cos 50^\circ\approx 28.92544244\text{ cm}$ $DE=BC+CD\cos\angle CDE\approx 40+36.68433611\cos 70^\circ\approx 52.54678189\text{ cm}$ AD $=\sqrt{AE^2+DE^2}$ $\approx\sqrt{(28.92544244)^2+(52.54678189)^2}$ $\approx 59.98204321\text{ cm}$ 留意 $\angle ABC=90^\circ$ 。 AC $=\sqrt{AB^2+BC^2}$ $=\sqrt{45^2+40^2}$ $\approx 60.20797289\text{ cm}$	1M	任何一項
藉餘弦公式，可得 $\cos\angle CAD=\frac{AC^2+AD^2-CD^2}{2(AC)(AD)}$ $\cos\angle CAD\approx\frac{(60.20797289)^2+(59.98204321)^2-(36.68433611)^2}{2(60.20797289)(59.98204321)}$	1M	
$\angle CAD\approx 35.54210789^\circ$ $\angle CAD\approx 35.5^\circ$	1A	接受答案準確至 35.5°
(ii) 設 Q 為由 A 至 CD 的垂足。 平面 ACD 與平面 $BCDE$ 間的交角為 $\angle AQE$ 。 $\frac{(AQ)(CD)}{2}=\frac{(AC)(AD)\sin\angle CAD}{2}$ $\frac{(AQ)(36.68433611)}{2}\approx\frac{(60.20797289)(59.98204321)\sin 35.54210789^\circ}{2}$ $AQ\approx 57.22631076\text{ cm}$ $\sin\angle AQE=\frac{AE}{AQ}$ $\sin\angle AQE\approx\frac{28.92544244}{57.22631076}$ $\angle AQE\approx 30.36169732^\circ$	1M	
由於 $\angle AQE>30^\circ$ ，因此平面 ACD 與平面 $BCDE$ 間的交角超過 30° 。	1A -----------(5)	必須顯示理由

解	分	備註
9. (a) $f(x)$		
$= x^2 - 12kx - 14x + 36k^2 + 89k + 53$		
$= x^2 - 2(6k+7)x + (6k+7)^2 - (6k+7)^2 + 36k^2 + 89k + 53$	1M	
$= (x-6k-7)^2 + 5k + 4$		
因此，Q 的坐標為 $(6k+7, 5k+4)$ 。	1A	
	---------(2)	
(b) $(7-6k, 5k+4)$	1M	
	---------(1)	
(c) (i) 通過 Q 及 S 的直線的斜率 $= \dfrac{5k+4-(4-3k)}{6k+7-7} = \dfrac{4}{3}$		
所求的方程為		
$y-(4-3k) = \dfrac{4}{3}(x-7)$	1M	
$4x-3y-9k-16=0$	1A	或等價
(ii) 設 r 為 C 的半徑。		
留意 $QS=RS$ 。		
故此，C 的圓心的坐標為 $(7, 5k+4-r)$ 。	1M	
由此，C 的方程為 $(x-7)^2+(y-5k-4+r)^2=r^2$ 。		
把 $y=\dfrac{4x-16}{3}-3k$ 代入 $(x-7)^2+(y-5k-4+r)^2=r^2$ ，		
可得 $(x-7)^2+\left(\dfrac{4x-16}{3}-3k-5k-4+r\right)^2=r^2$	1M	
$25x^2+(24r-192k-350)x+576k^2-144kr+1344k-168r+1225=0$		
由於 QS 為 C 的切線，可得		
$(24r-192k-350)^2-4(25)(576k^2-144kr+1344k-168r+1225)=0$	1M	
化簡後，可得 $r^2+9kr-36k^2=0$ 。		
所以，可得 $r=3k$ 或 $r=-12k$ （捨去）。		
因此，C 的方程為		
$(x-7)^2+(y-5k-4+3k)^2=(3k)^2$		
$(x-7)^2+(y-2k-4)^2=9k^2$	1A	$x^2+y^2-14x-(4k+8)y-5k^2+16k+65=0$
(iii) 對 $ST//VU$ ，UV 的斜率等於 QS 的斜率。	1M	
所以，可得 $\dfrac{-14-(2k+4)}{-29-7}=\dfrac{4}{3}$ 。		
求解後，可得 $k=15$ 。	1A	
S 及 U 的坐標分別為 $(7,-41)$ 及 $(7,34)$ 。		
SV 的斜率 $=\dfrac{-14+41}{-29-7}=\dfrac{-3}{4}$		
故此，QS 的斜率與 SV 的斜率之積為 -1 。		
由此，可得 $ST \perp SV$ 。		
由於 $ST \perp TU$ ，可得 $SV//TU$ 。		
當 $k=15$ 時，可得 $ST//VU$ 、$SV//TU$ 及 $ST \perp TU$ 。	1A	必須顯示理由
因此，$STUV$ 有可能為一長方形。		

解	分	備註
留意 T 在 QS 上及 $QR=12k=2QT$ 。 故此，可得 $QT=6k$ 。 設 $\left(t, \frac{4t-16}{3}-3k\right)$ 為 T 的坐標。 $(t-6k-7)^2+\left(\frac{4t-16}{3}-3k-5k-4\right)^2=(6k)^2$ $25(t-7)^2-300k(t-7)+576k^2=0$ $t=\frac{12k}{5}+7$ 或 $t=\frac{48k}{5}+7$ （捨去） 由此，T 的坐標為 $\left(\frac{12k}{5}+7, \frac{k}{5}+4\right)$ 。		
對 $ST=UV$ ，可得 $\left(\frac{12k}{5}+7-7\right)^2+\left(\frac{k}{5}+4+3k-4\right)^2=(7+29)^2+(2k+4+14)^2$ 化簡後，可得 $12k^2-72k-1620=0$ 。	1M	
求解後，可得 $k=15$ 或 $k=-9$ （捨去）。 S 、T 及 U 的坐標分別為 $(7,-41)$ 、 $(43,7)$ 及 $(7,34)$ 。 $SV^2=(7+29)^2+(-14+41)^2=2025$ $TU^2=(7+29)^2+(34-7)^2=2025$ 所以，可得 $SV=TU$ 。 再者留意 $ST\perp TU$ 。 當 $k=15$ 時，可得 $ST=UV$ 、 $SV=TU$ 及 $ST\perp TU$ 。	1A	
因此，$STUV$ 有可能為一長方形。	1A	必須顯示理由
	----------(9)	

試卷二

題號	答案	題號	答案
1.	B (73)	26.	A (43)
2.	C (87)	27.	C (35)
3.	D (82)	28.	D (60)
4.	B (76)	29.	B (88)
5.	D (74)	30.	A (77)
6.	D (49)	31.	A (65)
7.	A (76)	32.	D (41)
8.	B (29)	33.	C (30)
9.	A (62)	34.	C (46)
10.	C (68)	35.	A (33)
11.	C (73)	36.	A (54)
12.	B (74)	37.	B (27)
13.	C (83)	38.	B (34)
14.	A (52)	39.	D (37)
15.	C (43)	40.	A (31)
16.	A (34)	41.	C (33)
17.	B (50)	42.	D (62)
18.	B (72)	43.	D (44)
19.	D (36)	44.	C (76)
20.	C (34)	45.	B (41)
21.	D (40)		
22.	A (56)		
23.	B (65)		
24.	D (64)		
25.	C (36)		

註： 括號內數字為答對百分率。